Analogías entre transferencia de masa, energía y momento

La similitud entre los fenómenos de transferencia y la existencia de las analogías, requiere que se presenten las siguientes condiciones:

- Las propiedades físicas son constantes
- No se produce energía o masa dentro del sistema. Por lo tanto no pueden ocurrir reacciones químicas no homogéneas.
- No hay emisión o absorción de energía radiante
- No hay disipación viscosa
- El perfil de velocidades no se ve afectado por la transferencia de masa.

Analogía de Reynolds

Si consideramos el flujo laminar sobre una placa plana donde el Sc=1 los perfiles de concentración y de velocidad dentro de las capas en la frontera se relacionan por medio de:

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{c_A - c_{A,S}}{c_{A,\infty} - c_{A,S}}\right)\bigg|_{y=0} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{v_x}{v_\infty}\right)\bigg|_{y=0}$$

En el límite cercano a la placa donde y=0 el flujo de masa puede representarse en términos de la difusividad de masa:

$$N_{A,y} = -D_{AB}\frac{\partial}{\partial y}(c_A - c_{A,S})\Big|_{y=0} = k_c(c_{A,S} - c_{A,\infty})$$

Estas dos ecuaciones pueden combinarse para llegar a obtener una expresión que relaciona el coeficiente de transferencia de masa con el gradiente de velocidad de la superficie.

$$k_c = \frac{\mu}{\rho v_\infty} \frac{\partial v_x}{\partial y}\bigg|_{y=0}$$

El coeficiente de fricción en la película es:

$$C_f \equiv \frac{\tau_0}{\rho v_\infty^2 / 2} = \frac{2\mu \left.\dfrac{\partial v_x}{\partial y}\right|_{y=0}}{\rho v_\infty^2}$$

Combinando estas dos ecuaciones se puede obtener la analogía de transferencia de masa de Reynolds para sistemas con Sc=1.:

$$\frac{k_c}{v_\infty} = \frac{C_f}{2}$$

No debe utilizarse para describir situaciones donde intervenga el arrastre.

Consideraciones sobre el flujo turbulento

Flujo turbulento

- Sujeto a fluctuaciones irregulares en dirección y velocidad.
- Cualquier partícula del fluido sufre una serie de movimientos aleatorios superpuestos al flujo principal
- Tales movimientos producen el mezclado en todo el centro turbulento. Este tipo de proceso se conoce como “difusión turbulenta”.

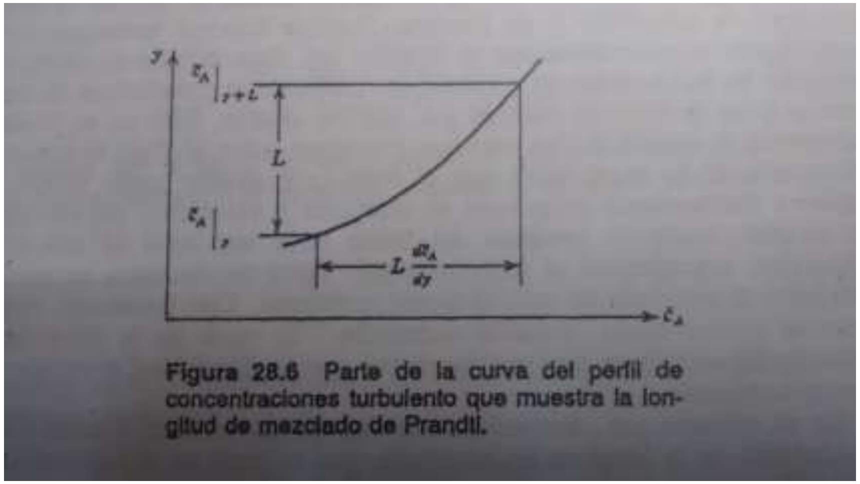

Figura 28.6 Parte de la curva del perfil de concentraciones turbulento que muestra la longitud de mezclado de Prandtl.

La rapidez instantánea de transferencia del componente A en la dirección y es:

$$N_{A,y} = C'_A v'_y$$

Utilizando el concepto de longitud de mezclado para definir la fluctuación de concentración:

$$C'_A = \overline{C_A}\big|_{y+L} - \overline{C_A}\big|_{y} = \pm L \frac{d\bar{C}_A}{dy}$$

Al combinar estas dos ecuaciones se obtiene una expresión para la transferencia turbulenta de masa por transporte en remolinos.

$$N_{A,y} = -(D_{AB} - \varepsilon_D)\frac{d\bar{C}_A}{dy}$$

Donde $\varepsilon_D = v'_y L$ se identifica como la difusividad turbulenta de masa. Como resultado de la difusión turbulenta el transporte en el centro turbulento es rápido reduciendo cualquier gradiente de composición.

Las analogías de Prandtl y Von Kármán

Para la subcapa laminar las difusividades de momento y de masa turbulentas son despreciables y en la superficie, el esfuerzo cortante y el flujo de masa son constantes por lo tanto puede integrarse las siguientes ecuaciones con respecto al espesor de la subcapa:

$$\tau = \rho[v + \varepsilon_M]\frac{d\bar{v}_x}{dy} \quad \Rightarrow \quad 1)\ v_x|_\varepsilon = \frac{\tau_s \varepsilon}{\rho v}$$

$$N_{A,y} = -(D_{AB} - \varepsilon_D)\frac{d\bar{C}_A}{dy} \quad \Rightarrow \quad (C_{A,s} - C_A|_\varepsilon) = \frac{N_{A,y,s}}{D_{AB}}\varepsilon$$

$$\frac{\rho v v_x|_\varepsilon}{\tau_s} = \frac{D_{AB}}{N_{A,y,s}}(C_{A,s} - C_A|_\varepsilon)$$

La analogía de Reynolds Puede utilizarse en el centro turbulento desde ε hasta y a las condiciones en el seno del fluido. El flujo de masa en el núcleo turbulento se convierte en:

$$N_{A,y} = k_c\left(C_A|_s - C_{A,\infty}\right) = \frac{\tau_s}{\rho\left(v_\infty - v_x|_s\right)}\left(C_A|_s - C_{A,\infty}\right)$$

Al eliminar de estas dos últimas ecuaciones y reemplazando por las ecuaciones

$$C_f = \frac{\tau_s}{\rho v_\infty^2/2} \qquad k_c = \frac{N_A}{C_{A,s} - C_{A,\infty}} \qquad Sc = \frac{v}{D_{AB}}$$

Se obtiene la analogía de Prandtl para la transferencia de masa.

$$Nu_{L,A,B} = \frac{\frac{C_f}{2} ReSc}{1 + 5\sqrt{\frac{C_f}{2}}(Sc - 1)}$$

Cabe destacar que esta ecuación se reduce a la analogía de Reynolds para la restricción de Sc=1.

Von Kármán

Amplió esta analogía considerando la llamada "capa amortiguada" además de la subcapa laminar y del núcleo turbulento. Esto llevó al desarrollo de la analogía de Von Kármán:

Para la transferencia de momento y energía.

$$Nu = \frac{\frac{C_f}{2} ReSc}{1 + 5\sqrt{\frac{C_f}{2}}\{Pr - 1 + ln[(1 + 5Pr)/6]\}}$$

Para la transferencia de masa

$$Nu_{A,B} = \frac{\frac{C_f}{2} ReSc}{1 + 5\sqrt{\frac{C_f}{2}}\{Sc - 1 + ln[(1 + 5Sc)/6]\}}$$

Analogía de Chilton- Colburn

Buscaron modificaciones a la analogía de Reynolds que no tuviera restricciones de que los números Pr y Sc sean iguales a 1

Ellos definieron el factor j para la transferencia de masa, válido para gases y líquidos dentro de un intervalo de 0.6<Sc<2500. :

$$j_D = \frac{k_c}{v_\infty}(Sc)^{2/3} = \frac{C_f}{2}$$

La ecuación satisface la solución exacta para el flujo laminar sobre una placa plana:

$$Nu_{x,AB} = 0.332 Re_x^{1/2} Sc^{1/3} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{Nu_{x,AB}}{Re_x Sc^{1/3}} = \frac{0.332}{Re_x^{1/2}}$$

Esta ecuación se reduce a la analogía de Chilton-Colburn cuando se sustituye la solución de Blasius para la capa límite laminar:

$$\left(\frac{k_c x}{D_{AB}}\right)\left(\frac{\mu}{x v_\infty \rho}\right)\left(\frac{\rho D_{AB}}{\mu}\right) Sc^{2/3} = \frac{k_c Sc^{2/3}}{v_\infty} = \frac{C_f}{2}$$

La analogía de Chilton-Colburn es:

$$j_H = j_D = \frac{C_f}{2}$$

Esta ecuación es exacta para placas planas y es satisfactoria para sistemas con otras geometrías siempre que no exista arrastre causado por la forma.

Para sistemas en que hay arrastre por la forma se ha encontrado que ni j_H ni j_D es igual a $\frac{C_f}{2}$ sin embargo cuando está presente el arrastre de forma:

$$j_H = j_D \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{\rho v_\infty C_p} Pr^{2/3} = \frac{k_c}{v_\infty} (Sc)^{2/3}$$

Esta ecuación relaciona la transferencia de calor por convección y la transferencia de masa por convección; permite evaluar un coeficiente de transferencia desconocido a través de la información que se obtiene en otro fenómeno de transferencia. Es válida para gases y líquidos dentro de 0.6<Sc<2500 y 0.6<Pr<100.